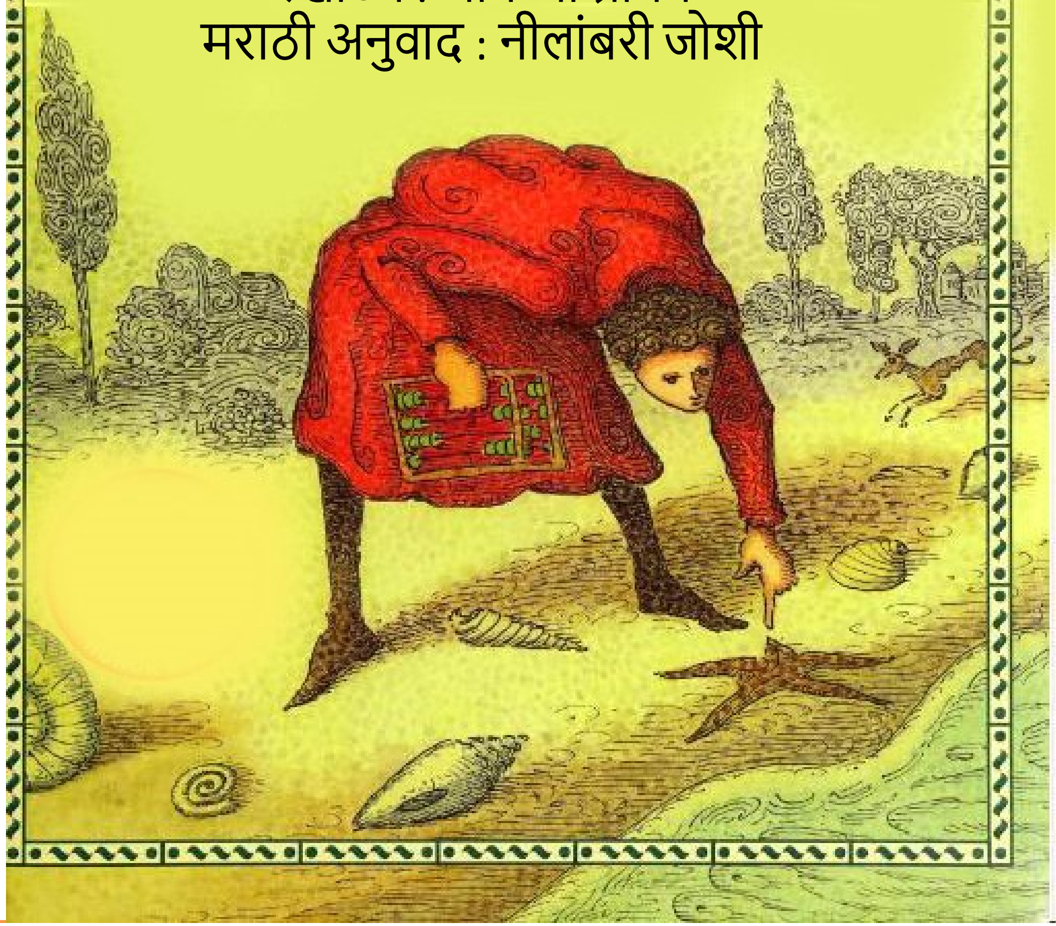
मूर्ख गणिती
फिबोनाचीची जीवनकथा

लेखक : जोसेफ डी ॲग्नीस
रेखाटनं : जॉन ओ ब्रायन
मराठी अनुवाद : नीलांबरी जोशी



मध्ययुगातल्या इटलीमधला मुलगा लिओनार्डो फिबोनाची, हा रात्रंदिवस आकड्यांबद्दलच विचार करत असे. सतत दिवास्वप्नात मश्गुल असलेल्या त्याला लोक मूर्ख म्हणत.

लिओनार्डो मोठा झाल्यावर त्यानं जेव्हा जगभर भटकंती केली तेव्हा त्याला आकड्यांमुळे प्रेरणा मिळायची, विशेषत: आफ्रिकेत असताना त्यानं हिंदू आणि अरेबिक आकडे शिकल्यानंतर. त्यानंतर निसर्गातल्या अनेक गोष्टींमध्ये विशिष्ट नमुने आढळतात असं त्याच्या लक्षात आलं. मूर्ख मुलगा म्हणून ज्याची चेष्टा केली जायची त्यानं एक दिवस असा महान शोध लावला ज्याला आपण फिबोनाची सिक्वेन्स या नावानं ओळखतो.

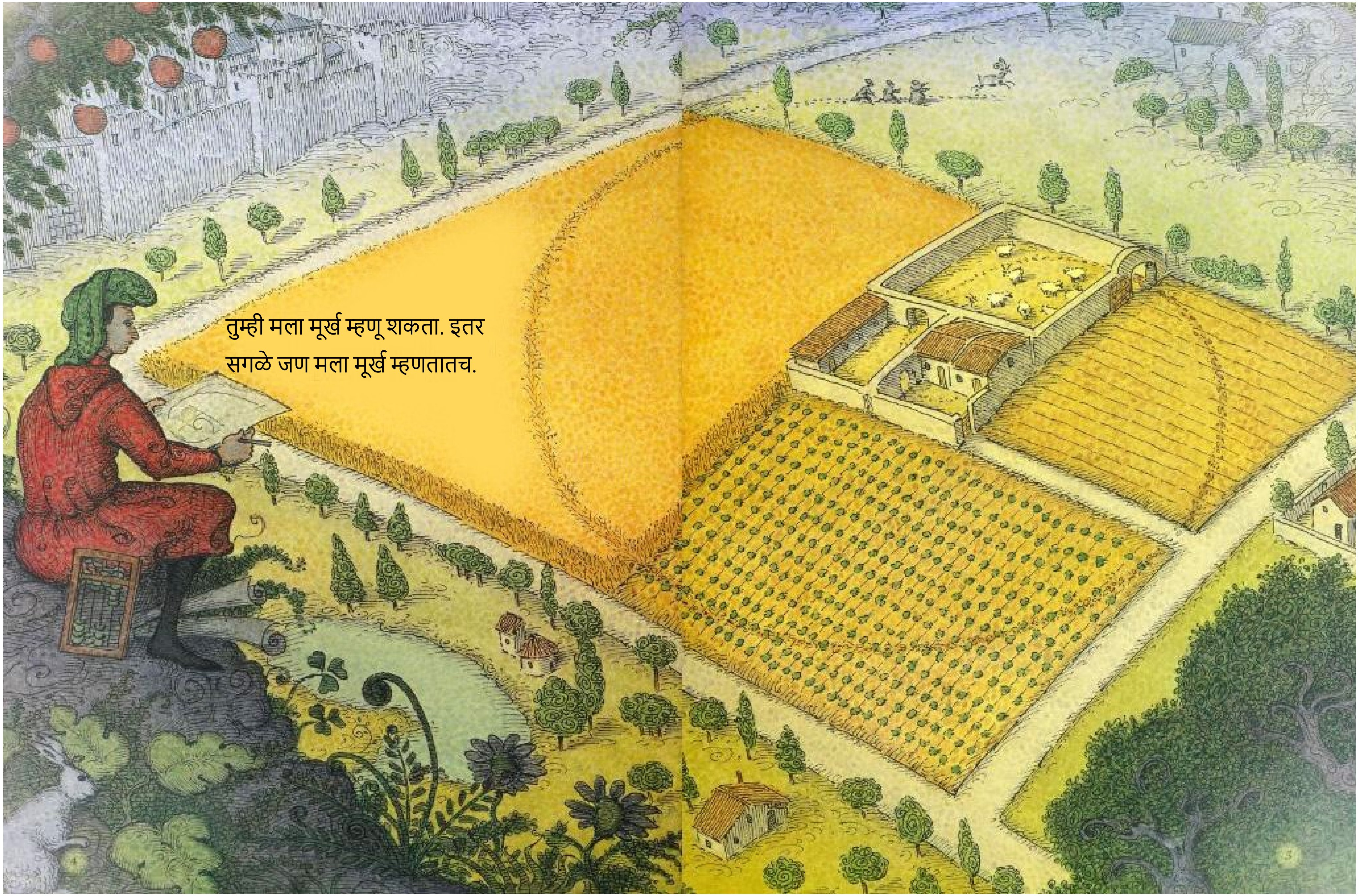
आज फिबोनाची त्याच्या सशांच्या गुणाकाराच्या शब्दकोड्यामुळे प्रसिध्द आहे आणि पाश्चात्य जगातला सर्वकालीन महान गणितज्ञ म्हणून ओळखला जातो. ही त्याची कहाणी आहे, एका माणसाची कहाणी, जो नक्कीच मूर्ख नव्हता.



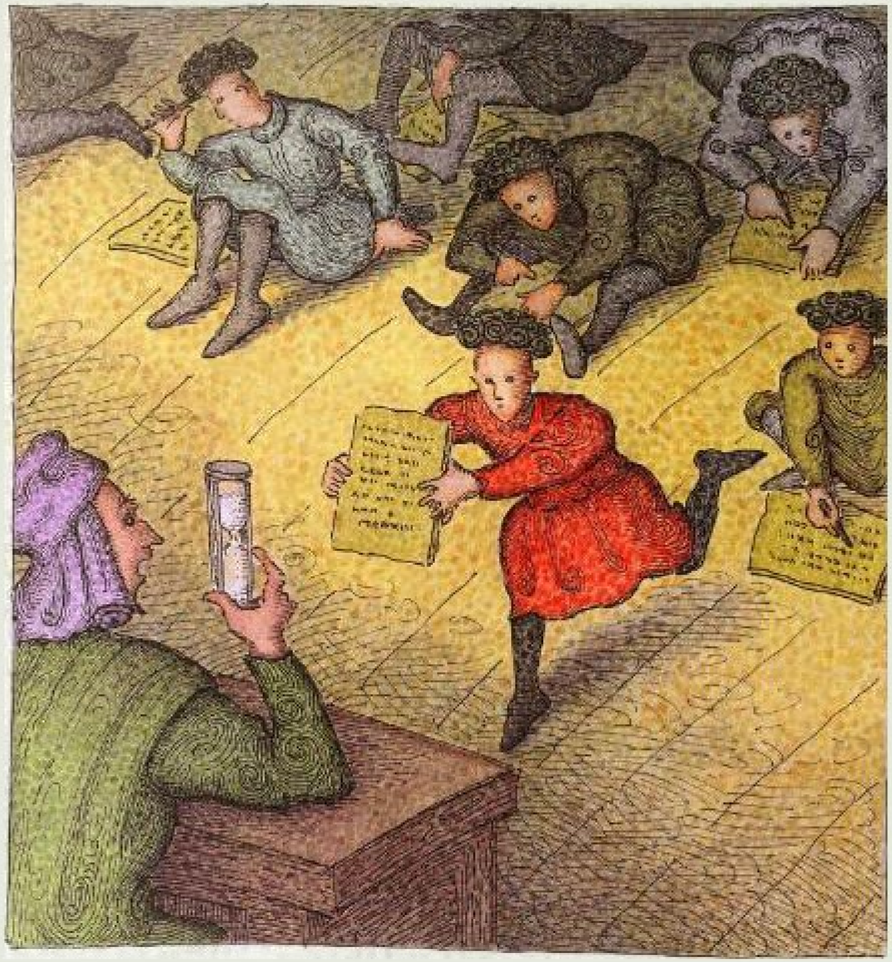
मूर्ख गणिती
फिबोनाचीची जीवनकथा

लेखक : जोसेफ डी ॲग्नीस
रेखाटनं : जॉन ओ ब्रायन
मराठी अनुवाद : नीलांबरी जोशी





तुम्ही मला मूर्ख म्हणू शकता. इतर
सगळे जण मला मूर्ख म्हणतातच.



मी खूप लहान असताना एक दिवस, मास्तरांनी गणितातली एक समस्या सोडवायला आम्हाला दहा मिनिटं दिली. मी ते गणित दोन सेकंदांमध्येच सोडवलं.

अशा प्रकारे मी आकड्यांच्या सोबत रहातो. मला लहानपणापासूनच त्यांचं प्रेम आहे. आमच्या घरात जिथे नजर टाकू, तिथे मोजण्याजोगं काहीतरी दिसायचं.



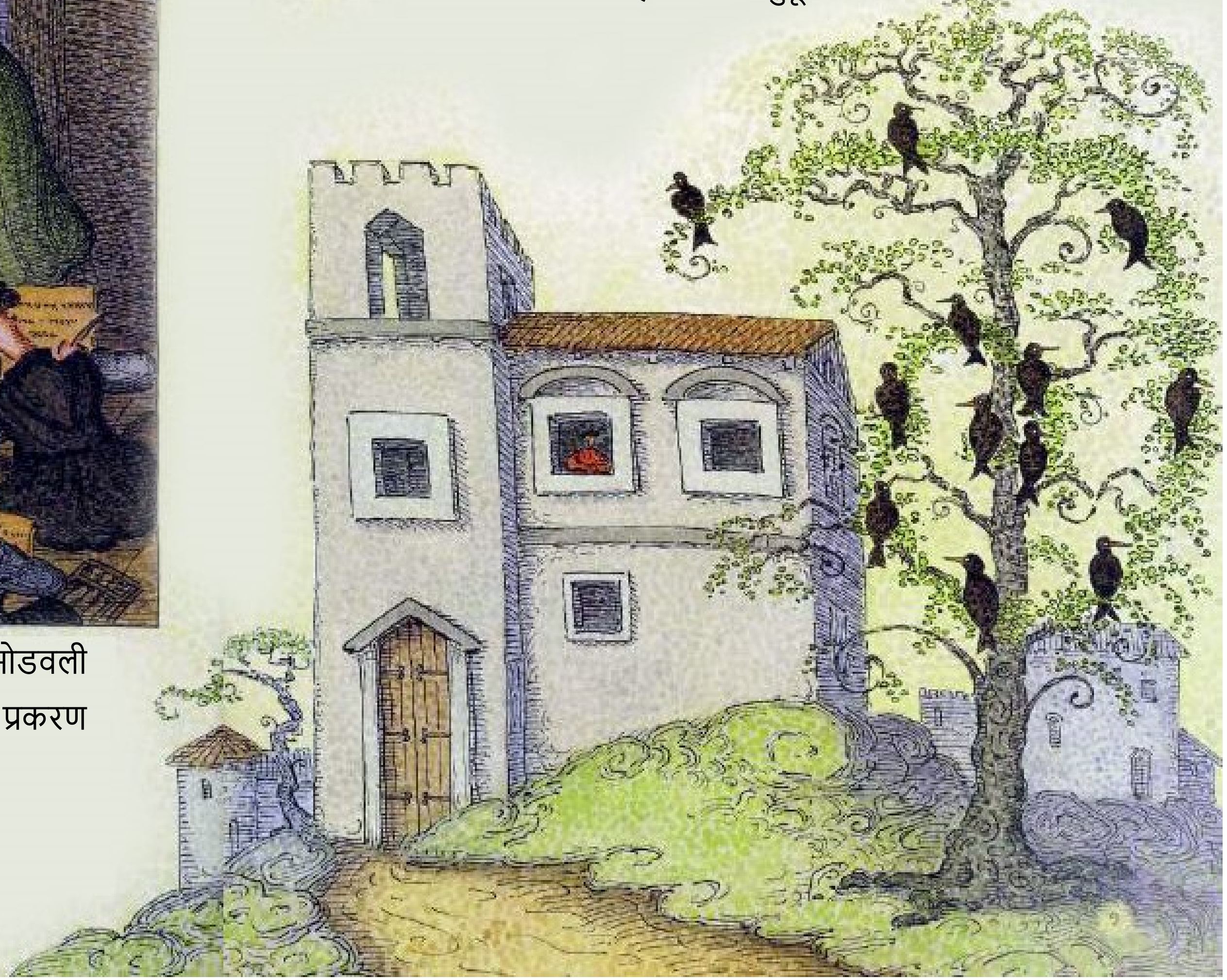


. त्या दिवशी वर्गात, इतर विद्यार्थ्यांनी अबॅकसवर गणितं सोडवली आणि रोमन आकड्यांमध्ये त्यांची उत्तरं लिहिली. ते वेळखाऊ प्रकरण होतं, पण त्याकाळी आम्ही अशाच प्रकारे गणितं सोडवत असू.

ती मुलं गणितं पूर्ण करत असताना, मला कंटाळा यायचा

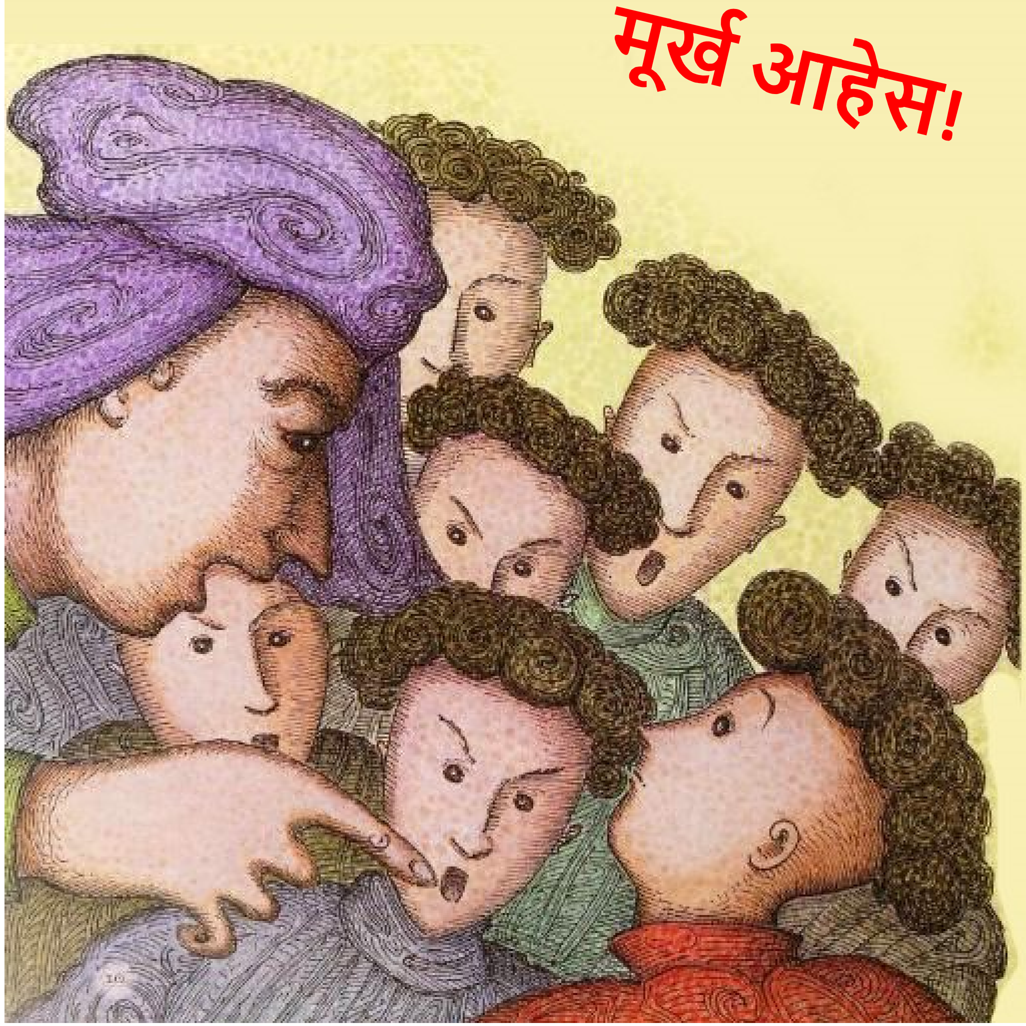
“मग मी बाहेरच्या झाडावरचे १२ पक्षी मोजले. त्या पक्ष्यांना मिळून किती पाय असतील? असा मी विचार केला. किती डोळे? किती पंख ? आणि जर प्रत्येक पक्षी दोन सेकंद गात असेल, एकामागून एक ते गायला लागले, तर त्या सगळ्यांना गायला किती वेळ लागेल?

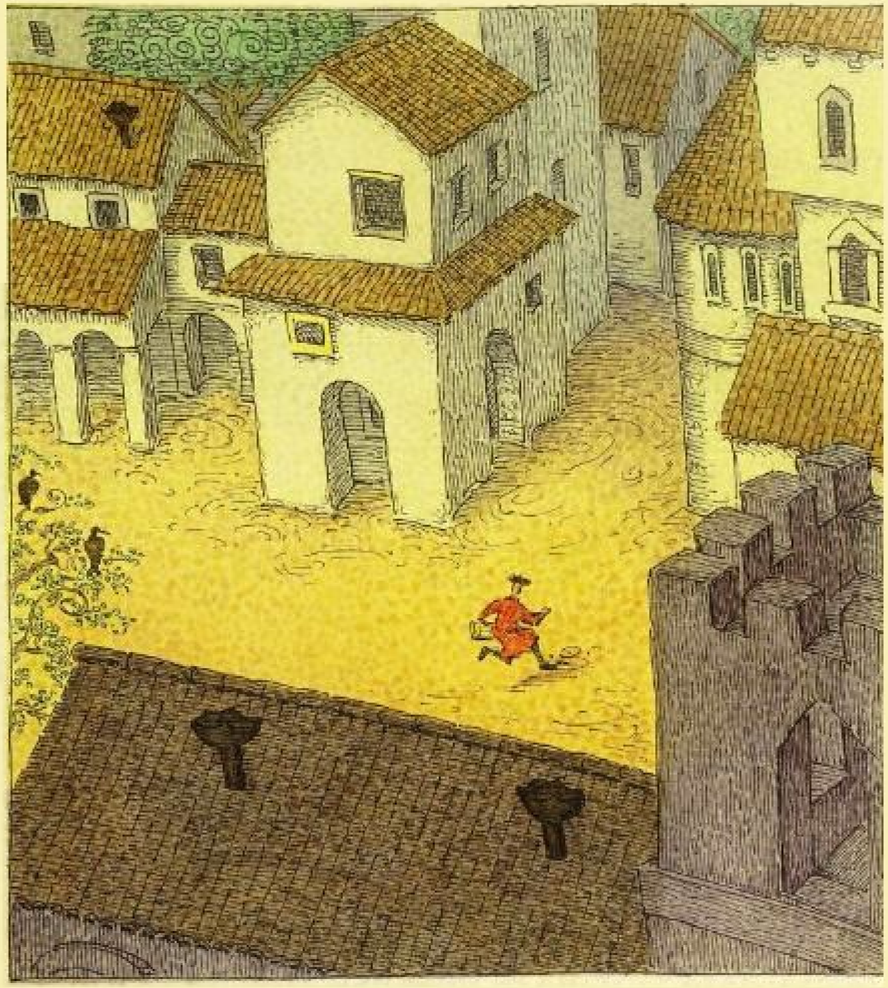
अशा रंजक प्रश्नांची स्वप्नं पहाण्यात मी बुडून जायचो.”



“लिओनार्डो..” मास्तर हाका मारत होते. “माझ्या वर्गात बसून तू स्वप्नात हरवण्याची तुझी हिंमत कशी होते?”

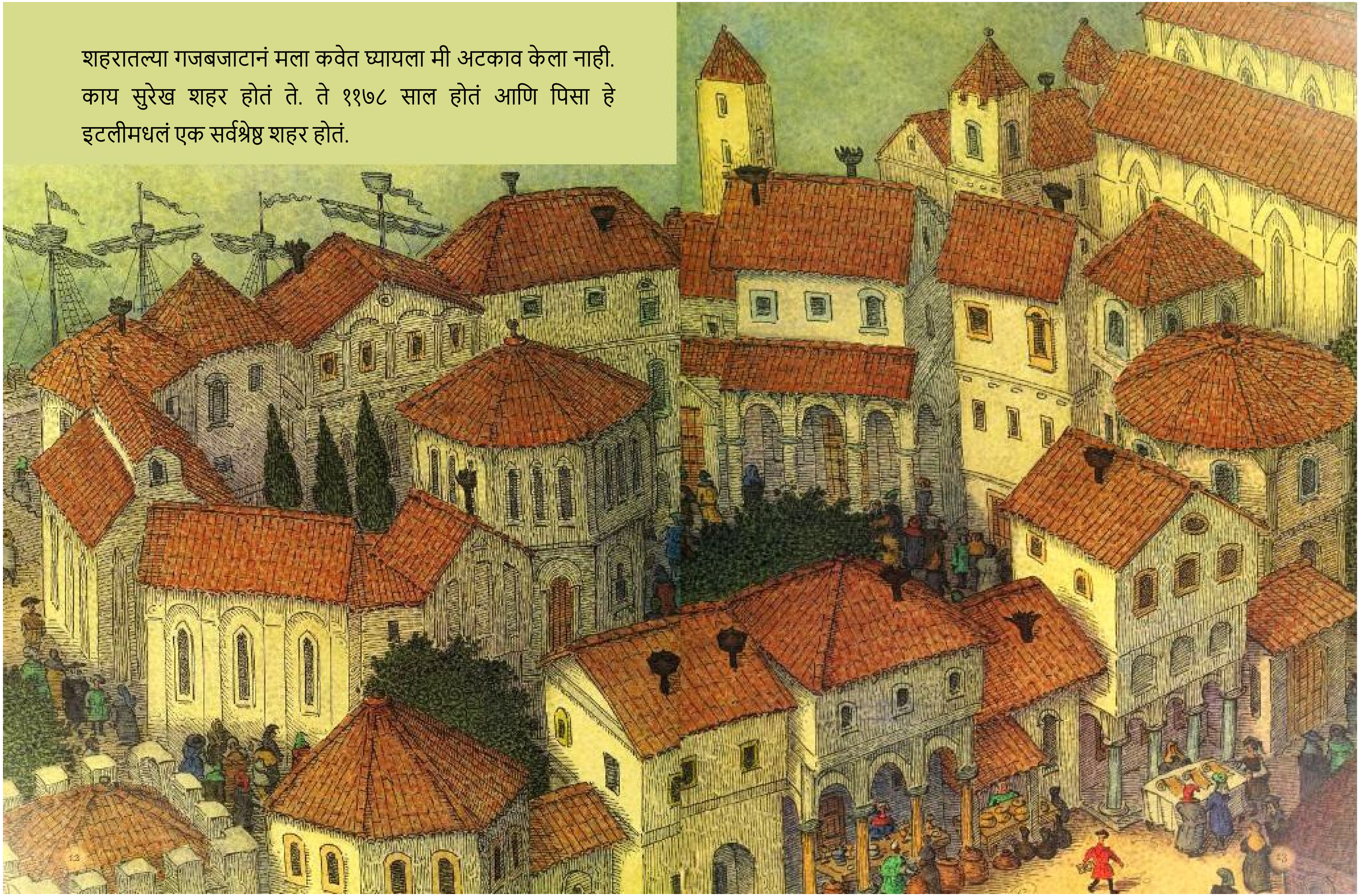
“पण सर,” मी म्हणालो, “मी विचार करत होतो”. “आहा..” मास्तर ओरडले, “हाच त्रास आहे. या वर्गात विचार करण्याला मनाई आहे. फक्त काम करा! तू एक विसभोळा, दिवास्वप्नं पहाणारा आळशी आहेस.. तू”



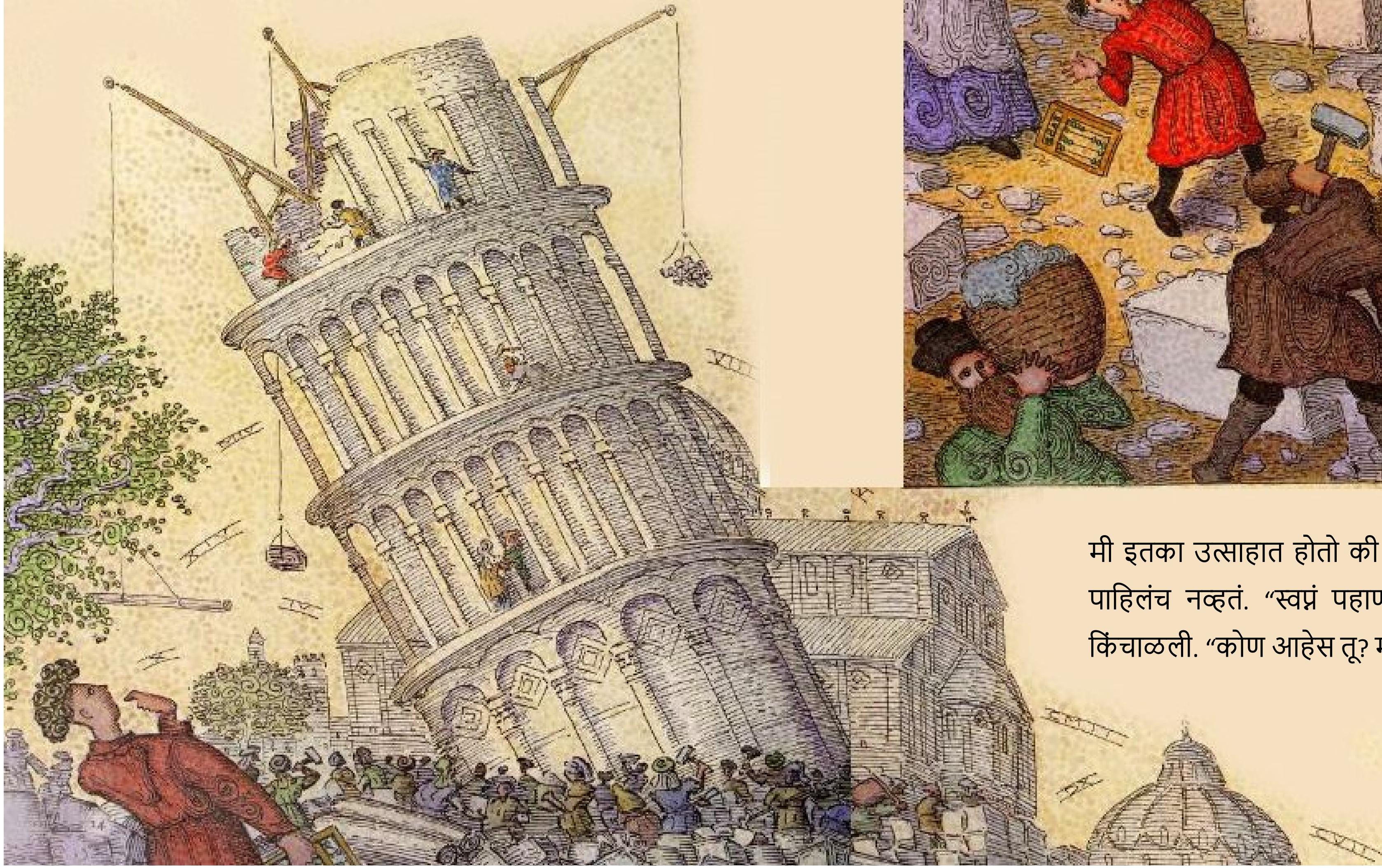


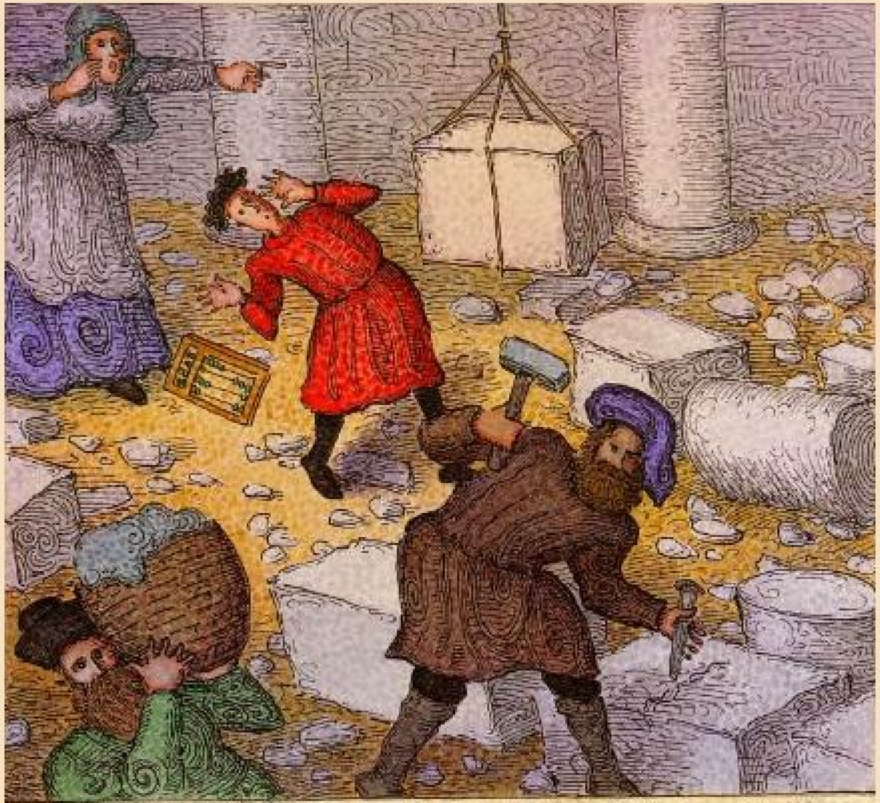
त्यांचं ऐकून बाकीची मुलं हसली..” मूर्ख..! मूर्ख..” असा घोष झाला. मी खूप दु:खी झालो आणि शाळेतून पळून पिसाच्या रस्त्यांवर धूम ठोकलौ.

शहरातल्या गजबजाटानं मला कवेत घ्यायला मी अटकाव केला नाही. काय सुरेख शहर होतं ते. ते ११७८ साल होतं आणि पिसा हे इटलीमधलं एक सर्वश्रेष्ठ शहर होतं.



चर्चच्या आवारात, कामगार घंटेसाठी एक नवीन मनोरा बांधत होते. इमारत बांधणा-याच्या गणितात काहीतरी भलीमोठी चूक झाली होती. माझ्या भोवताली सर्वत्र मला आकड्यांचं तेज दिसून येत होतं. कितीतरी लोक त्यांच्या दैनंदिन कामात गणित वापरत होते. माझं डोकं विचार करुन भणभणत होतं.





मी इतका उत्साहात होतो की कुठे चाललो आहे ते मी पाहिलंच नव्हतं. “स्वप्नं पहाणं थांबव...” एक महिला किंचाळली. “कोण आहेस तू? मूर्ख?”

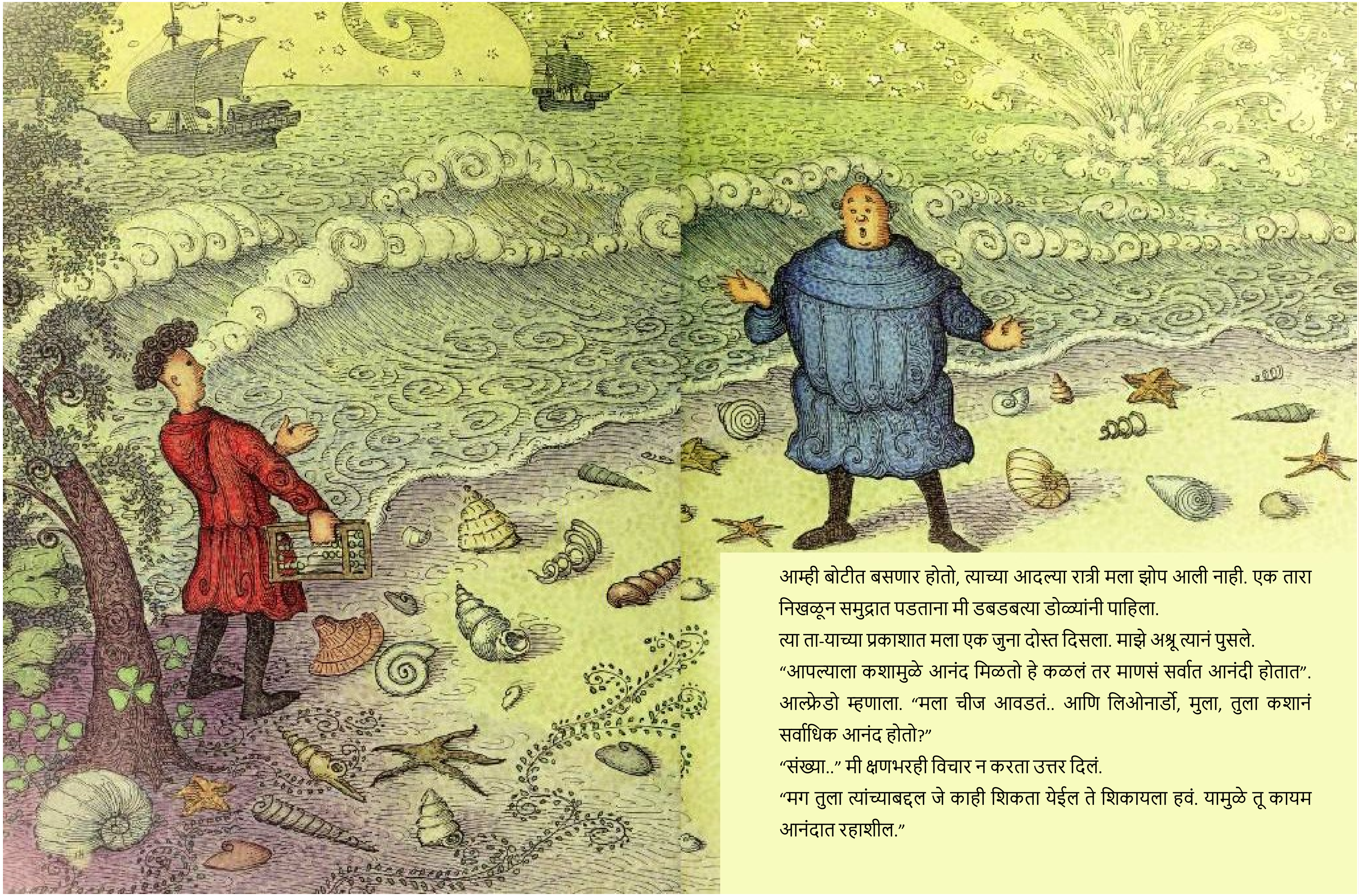


त्या रात्री, माझे वडिल रागावले होते. "सगळं शहर कुजुबुजतं आहे.." ते ओरडले. "प्रत्येकजण म्हणतो आहे, माझा मुलगा वेडा आहे. ते तुला मूर्ख म्हणतात. मला ते सहन होत नाही."

"कदाचित तुम्ही तुमच्या मुलाशी फार कठोरपणे वागत आहात, बोनाचिओ". माझ्या वडिलांचा सल्लागार आल्फ्रेडो म्हणाला.

"गप्प बस." वडिल ओरडले. "लिओनार्डो, लवकरच तू माझ्याबरोबर आफ्रिकेला येणार आहेस. ही सगळी टोपणनावं आता संपुष्टात येतील. मी तुला एक व्यापारी बनवेन."

"अरे बापरे.." मी मनाशी विचार केला. "इथे व्यापारी कोणाला व्हायचं आहे?"



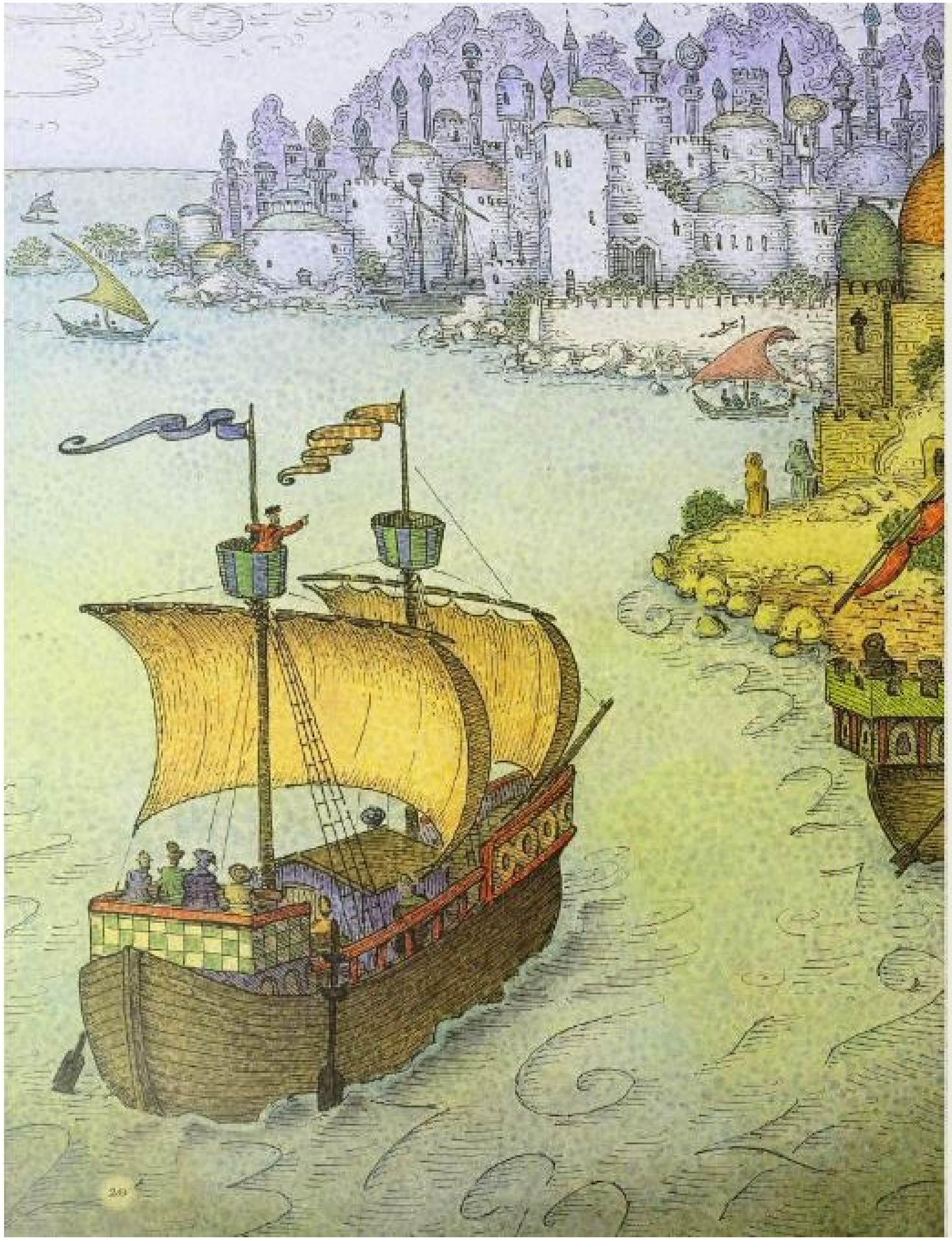
आम्ही बोटीत बसणार होतो, त्याच्या आदल्या रात्री मला झोप आली नाही. एक तारा निखळून समुद्रात पडताना मी डबडबल्या डोळ्यांनी पाहिला.

त्या ता-याच्या प्रकाशात मला एक जुना दोस्त दिसला. माझे अश्रू त्यानं पुसले.

“आपल्याला कशामुळे आनंद मिळतो हे कळलं तर माणसं सर्वात आनंदी होतात”. आल्फ्रेडो म्हणाला. “मला चीज आवडतं.. आणि लिओनार्डो, मुला, तुला कशानं सर्वाधिक आनंद होतो?”

“संख्या..” मी क्षणभरही विचार न करता उत्तर दिलं.

“मग तुला त्यांच्याबद्दल जे काही शिकता येईल ते शिकायला हवं. यामुळे तू कायम आनंदात रहाशील.”



मी आल्फ्रेडोचा सल्ला ऐकायचा ठरवलं. दक्षिण आफ्रिकेतल्या बुगिया या शहरात मला माझे वडील घेऊन गेले. माझ्या नवीन घरात, अरबी व्यापारी रोमन आकडे वापरत नाहीत असं माझ्या लक्षात आलं. ते हिंदू देवळांमधून आलेले आकडे वापरत होते.

पूर्वीच्या घरात आम्ही XVIII असं लिहायचो.

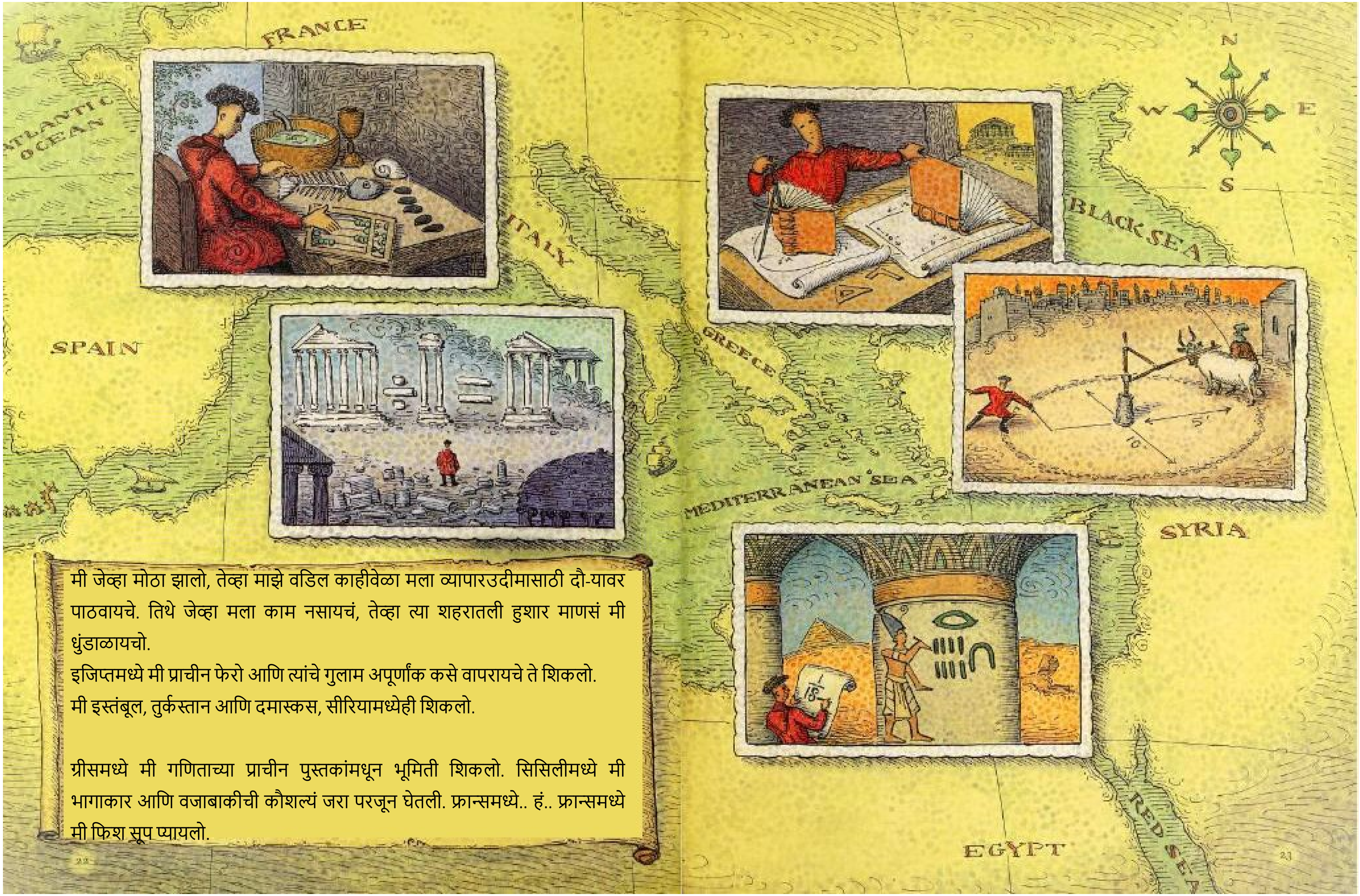
इथले व्यापारी १८ असं लिहायचे.

हे किती सोपं आहे पाहिलं ना?

मला हे आकडे शिकावेत असं मनापासून वाटत होतं.

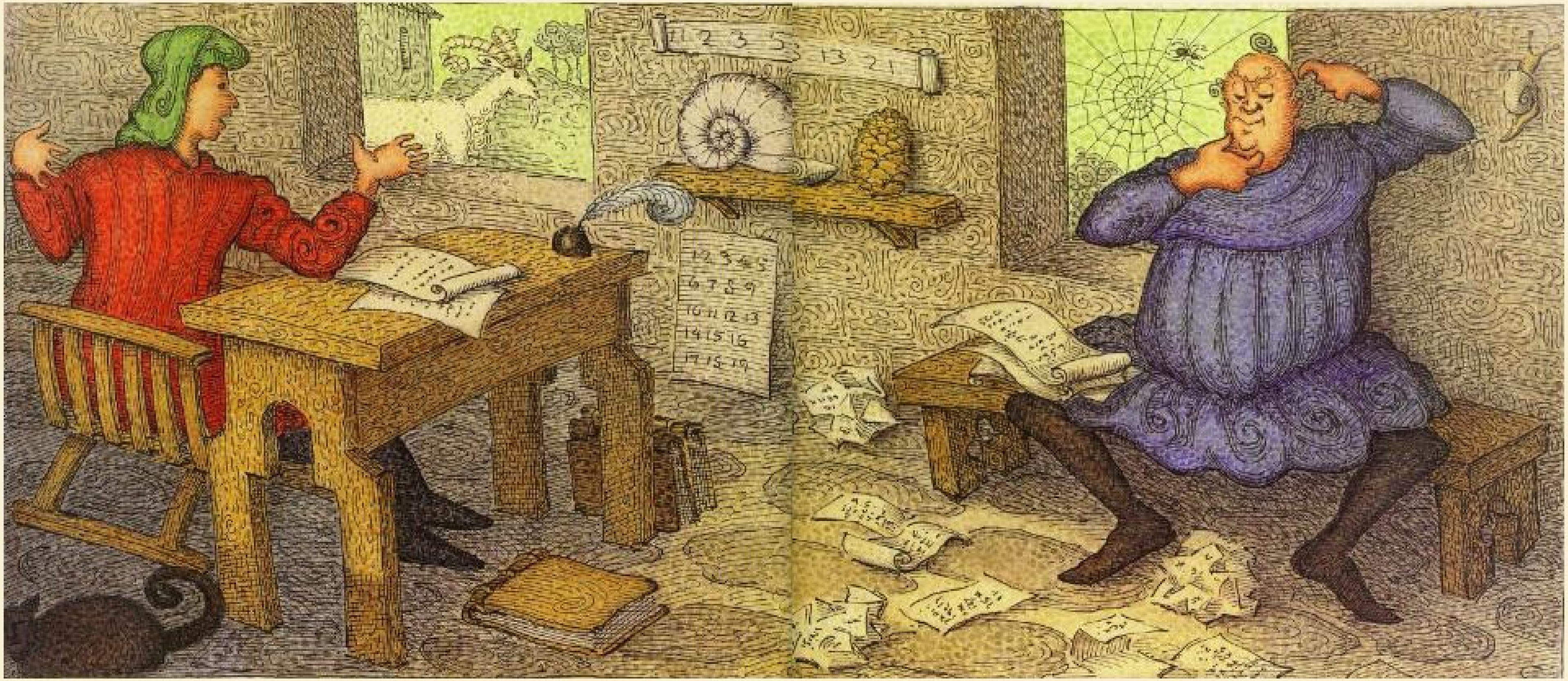
दिवसा मी माझ्या वडिलांचा जमाखर्च पहायचो. रात्री मी विचित्र भासणारे आकडे शिकायचो तेव्हा आल्फ्रेडो माझ्या सोबत असायचा.





मी जेव्हा मोठा झालो, तेव्हा माझे वडिल काहीवेळा मला व्यापारउदीमासाठी दौ-यावर पाठवायचे. तिथे जेव्हा मला काम नसायचं, तेव्हा त्या शहरातली हुशार माणसं मी धुंडाळायचो.
इजिप्तमध्ये मी प्राचीन फेरो आणि त्यांचे गुलाम अपूर्णांक कसे वापरायचे ते शिकलो.
मी इस्तंबूल, तुर्कस्तान आणि दमास्कस, सीरियामध्येही शिकलो.

ग्रीसमध्ये मी गणिताच्या प्राचीन पुस्तकांमधून भूमिती शिकलो. सिसिलीमध्ये मी भागाकार आणि वजाबाकीची कौशल्यं जरा परजून घेतली. फ्रान्समध्ये.. हं.. फ्रान्समध्ये मी फिश सूप प्यायलो.

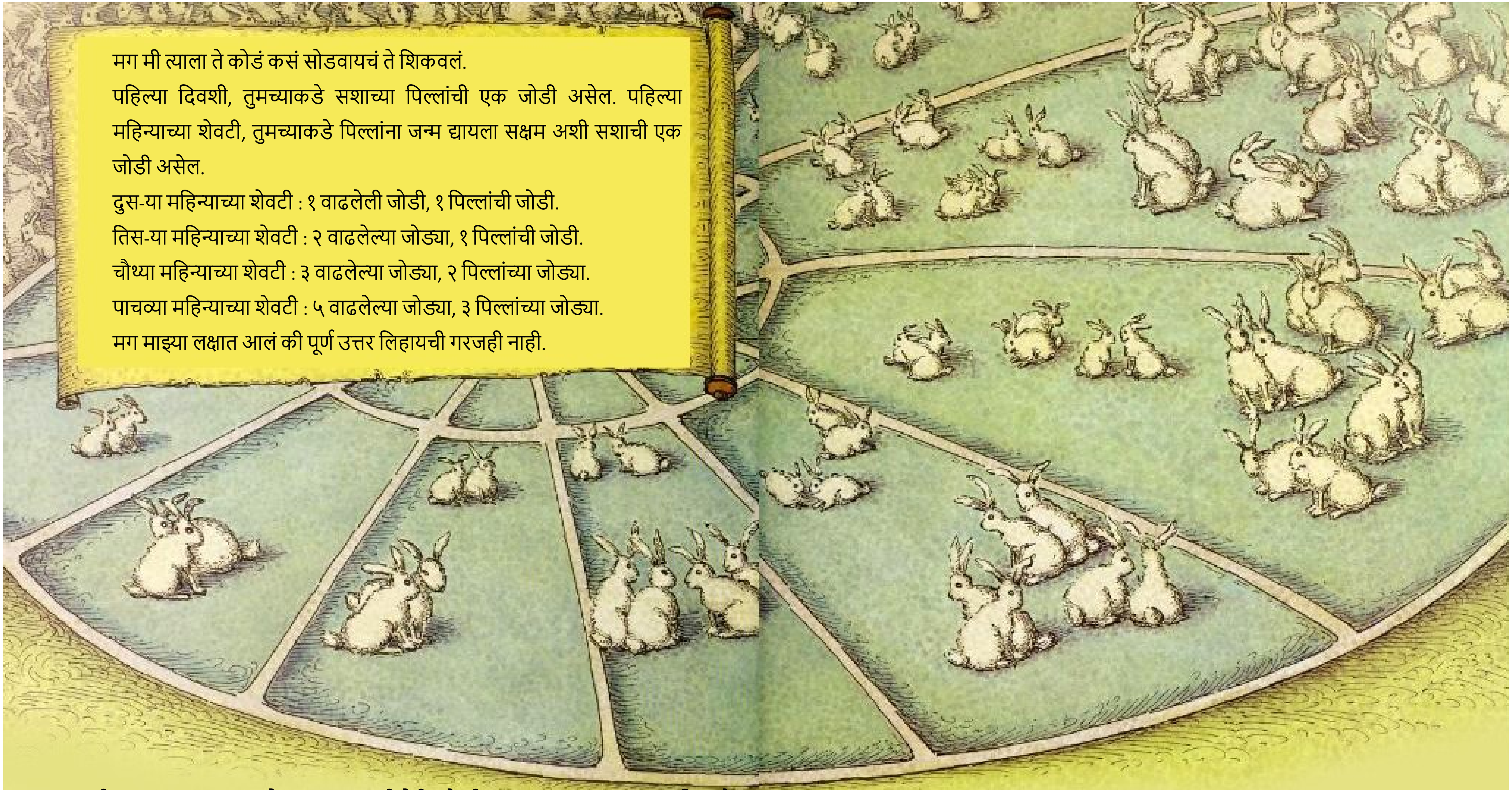


एके दिवशी मी हिंदू-अरेबिक अंकांबद्दल पुस्तक लिहायला घेतलं. मी त्यात काही कोडी घातली, उदाहरणार्थ, एका माणसानं एका शेतात सशांची दोन पिल्लं ठेवली. ससा महिन्याभरात पिल्लांना जन्म देण्याइतका मोठा होतो. आणि सशांच्या जोडीनं पिल्लांच्या जोडीला जन्म द्यायला अजून एक महिना लागतो.

प्रत्येक महिन्यात वाढलेल्या सशांची जोडी एका पिल्लांच्या जोडीला जन्म देते.

तर त्या माणसाकडे वर्षाच्या शेवटी सशांच्या किती जोड्या असतील?

आल्फ्रेडोनं हे गणित सोडवायचा प्रयत्न केला. पण त्याला ते जमलं नाही.



मग मी त्याला ते कोडं कसं सोडवायचं ते शिकवलं.

पहिल्या दिवशी, तुमच्याकडे सशाच्या पिल्लांची एक जोडी असेल. पहिल्या महिन्याच्या शेवटी, तुमच्याकडे पिल्लांना जन्म द्यायला सक्षम अशी सशाची एक जोडी असेल.

दुस-या महिन्याच्या शेवटी : १ वाढलेली जोडी, १ पिल्लांची जोडी.

तिस-या महिन्याच्या शेवटी : २ वाढलेल्या जोड्या, १ पिल्लांची जोडी.

चौथ्या महिन्याच्या शेवटी : ३ वाढलेल्या जोड्या, २ पिल्लांच्या जोड्या.

पाचव्या महिन्याच्या शेवटी : ५ वाढलेल्या जोड्या, ३ पिल्लांच्या जोड्या.

मग माझ्या लक्षात आलं की पूर्ण उत्तर लिहायची गरजही नाही.

तुम्ही जर त्या नमुन्यातल्या दोन सलग अंकांची बेरीज केली तर तुम्हाला पुढचा आकडा मिळतो.

१ जोडी + १ जोडी = २ जोड्या

१ जोडी + २ जोडी = ३ जोड्या

२ जोडी + ३ जोडी = ५ जोड्या

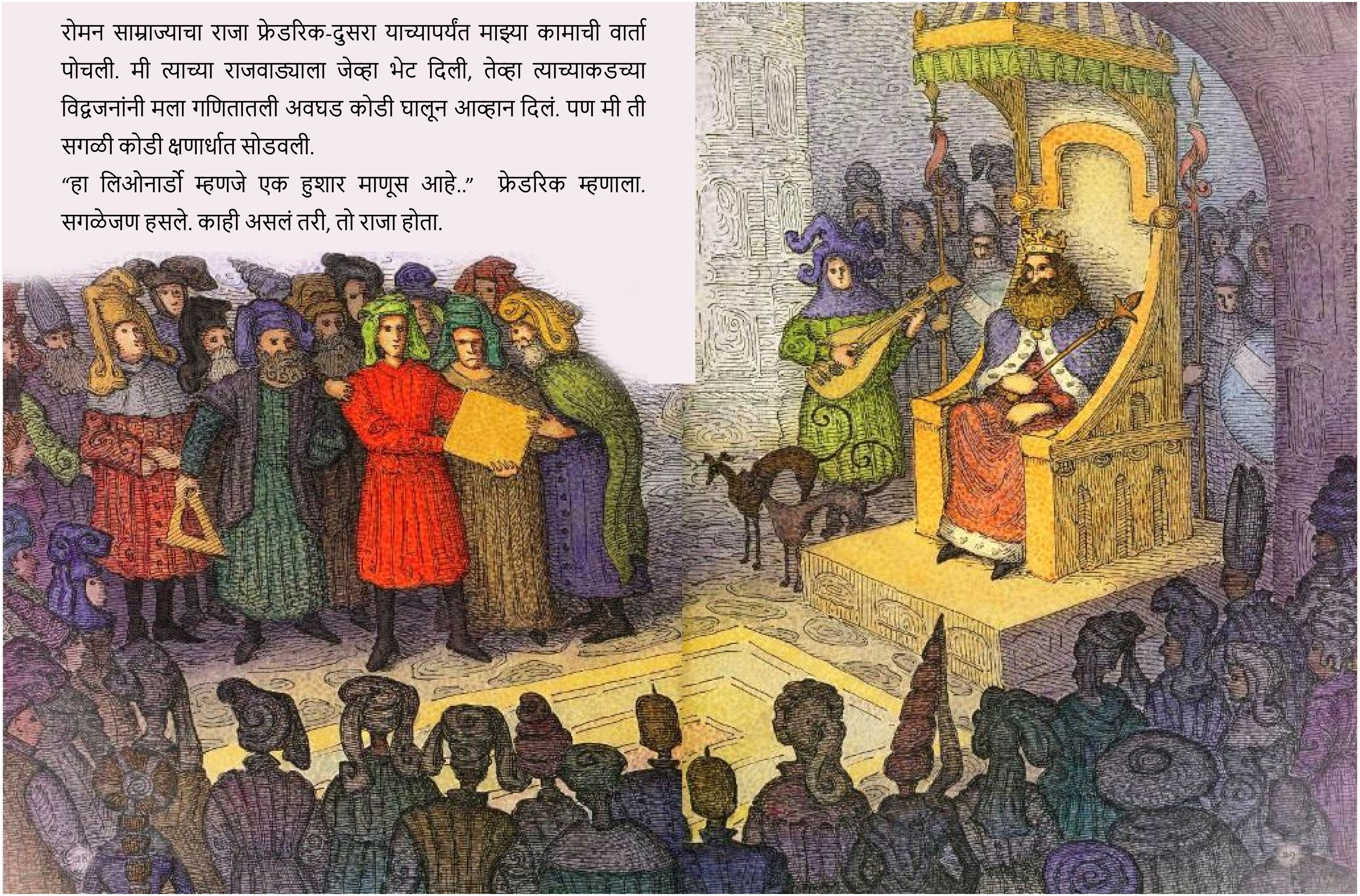
यहां इस नमूने (पैटर्न) की पहली कुछ संख्याएं

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377.......

यदि आपने ध्यान नहीं दिया तो आपके पास एक साल में 233 खरगोशों की जोड़ियां (या फिर 377, यदि आपने व्यस्क खरगोशों एक जोड़ी के साथ शुरू किया होगा).

रोमन साम्राज्याचा राजा फ्रेडरिक-दुसरा याच्यापर्यंत माझ्या कामाची वार्ता पोचली. मी त्याच्या राजवाड्याला जेव्हा भेट दिली, तेव्हा त्याच्याकडच्या विद्वजनांनी मला गणितातली अवघड कोडी घालून आव्हान दिलं. पण मी ती सगळी कोडी क्षणार्धात सोडवली.

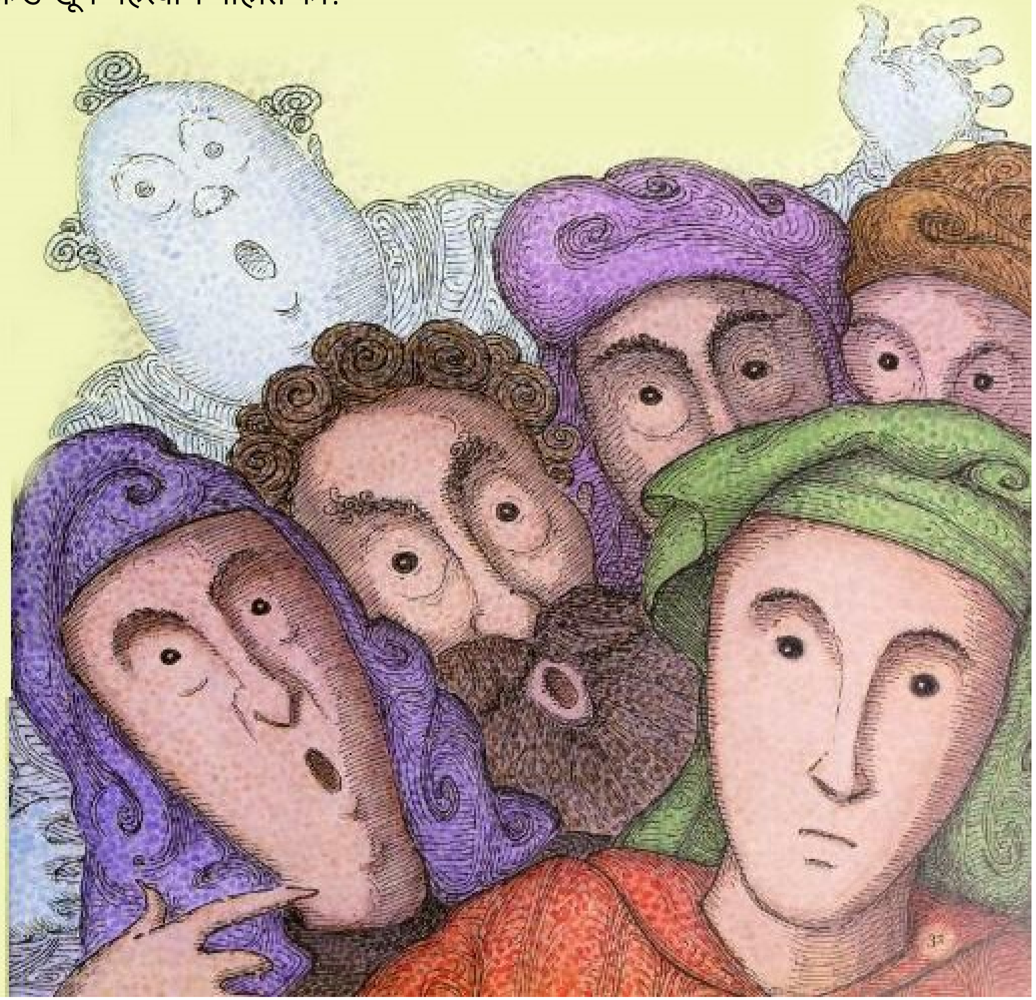
“हा लिओनार्डो म्हणजे एक हुशार माणूस आहे..” फ्रेडरिक म्हणाला. सगळेजण हसले. काही असलं तरी, तो राजा होता.





मला माझ्या कामगिरीचा यथार्थ अभिमान होता. पण एके दिवशी, मी जेव्हा परत पिसाला गेलो होतो तेव्हा काही लोक बाजारपेठेत असं कुजबुजताना ऐकलं.
“तो बोनाचिओचा मुलगा आहे,” एकजण म्हणाला, “आपण भारतातली संख्यांची पध्दत वापरायला हवी असं म्हणणारा तोच हा.”
“जुन्या संख्या वापरण्यात काय चूक आहे?” दुस-यानं विचारलं. “त्या जर रोमन लोकांसाठी योग्य असतील तर माझ्यासाठीही योग्य आहेत.”
“काय हा मूर्ख आहे..!”

अचानक मी परत दु:खीकष्टी झालो. लोक ऐकणार नसले तर माझ्या कामाचा काय उपयोग आहे, मी विचार केला. लोक मला कायम एक मूर्ख म्हणूनच ओळखणार.
माझा जुना मित्र आल्फ्रेडो यावर काय म्हणाला असता असा माझ्या मनात विचार आला. अचानक, तो माझ्यासोबतच आहे असा मला भास झाला.
“या वेड्या माणसांचं काहीएक ऐकू नकोस, लिओनार्डो..” आल्फ्रेडो गरजला. “तुझे हे आकडे खूप महत्वाचे नाहीत का?”



"मला निश्चितच असं वाटतं." मी म्हणालो. "एके दिवशी हिंदू-अरेबिक संख्या जगभरात ठाऊक होतील. का? तर मी जितका त्यांचा अभ्यास करतो, तितकं त्यांच्यातल्या सामर्थ्यानं थक्क होत जातो."

त्याचवेळी मी समुद्रकिना-यावरच्या एका फुलाकडे बोट दाखवून म्हणालो, "त्या फुलाला किती पाकळ्या असतील?"

आल्फ्रेडोनं मोजून सांगितलं, "एकवीस."

"आणि या फुलाला?"

"तेरा.." तो उत्तरला. पण त्याचं काय?

मी चटकन उत्तर दिलं नाही. त्याऐवजी आम्ही समुद्रकिनारी गोष्टी मोजत फिरलो.





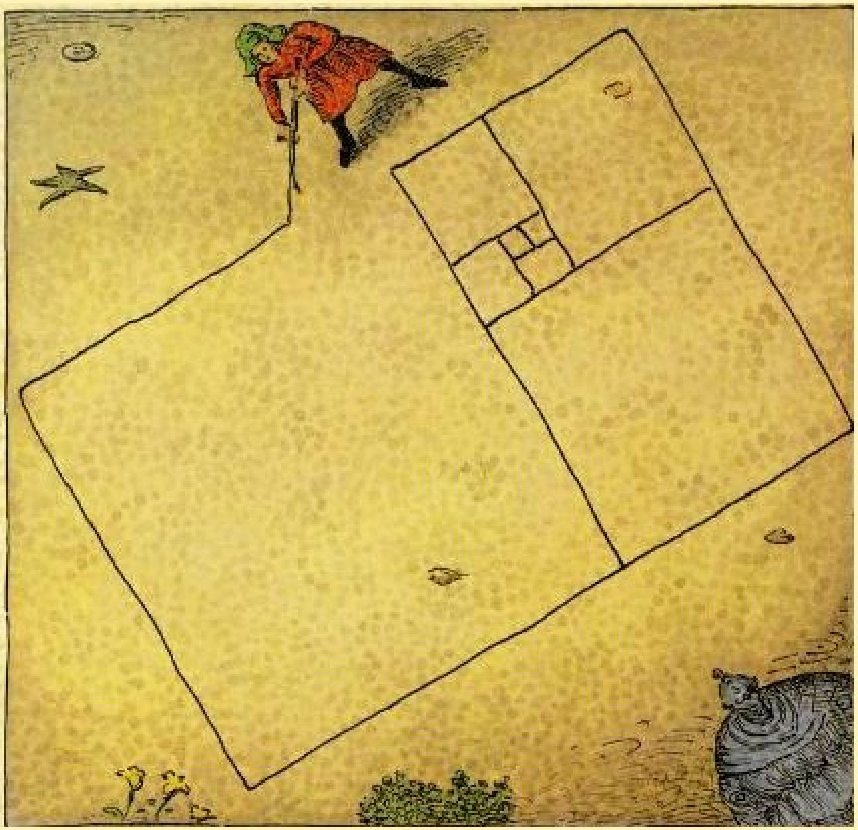
आम्ही तीन पाकळ्यांची फुलं, पाच पाकळ्यांची फुलं आणि आठ पाकळ्यांची फुलं मोजली. आम्ही स्टारफिशचे पाच बाहू आणि सफरचंदाच्या आतल्या बिया मोजल्या.

"बघ आल्फ्रेडो," मी म्हणालो, "जे काही मी मोजतो आहे, जिथे माझी नजर जाते आहे, तिथे मला एकाच प्रकारचे आकडे दिसतात. तुझ्या ते लक्षात आलेत का?"

आल्फ्रेडोनं ते आकडे मोठ्यांदा म्हणायला सुरुवात केली, "१, १, २, ३, ५, ८, १३, २१, ३४, ५५... अरे देवा.. तो ओरडला. ते तुझ्या सशांच्या नमुन्यातलेच आकडे आहेत."

"अगदीच.." मी म्हणालो, "आणि आत्ता तर कुठे आपण सुरुवात केली आहे."





“मी आजकाल त्या संख्यांबद्दल जरा वेगळ्या पध्दतीनं विचार करतो आहे. बघ..!”

मी रेतीत एक छोटा चौकोन काढला आणि त्याच्यापुढे अजून एक छोटा चौकोन काढला.

त्यानंतर दोन लांब चौकोन काढले आणि दोन रुंद चौकोन काढले.

तो तीन बाय तीनच्या चौकोनाचा आकार झाला.

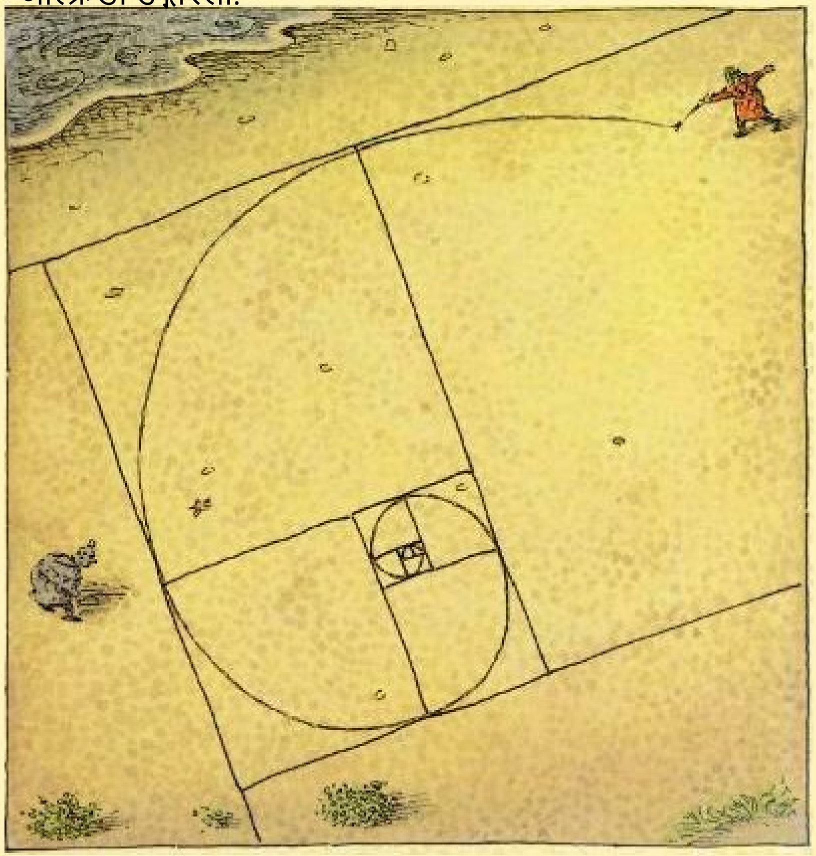
मग पाच बाय पाच, आठ बाय आठ अशा चौकोनांचे आकार झाले, आणि तेरा बाय तेरा चौकोनाचा आकार झाला.

“मी असं कितीही पुढे जाऊ शकतो”. मी म्हणालो, “पण मी त्यांना जोडत नाही तोपर्यंत ते बरोबर दिसणार नाही.. अशा प्रकारे..”

“मी त्यांच्या आत काय काढलं याचा तुम्ही अंदाज करु शकता?” आल्फ्रेडोला ते जमलं नाही.

एक चक्राकार. संख्यांवरुन तुम्ही एक चक्राकार तयार करु शकता!

“अद्भुत..!” आल्फ्रेडो उद्गारला.



“अर्थातच हो..” मी म्हणालो. पण या संख्यांचं वैशिष्ट्य मला अजून कळलेलं नाही.

”तुला दिसलं नाही का, लिओनार्डो?” आल्फ्रेडो म्हणाला. “हे आकडे निसर्ग विश्वाची रचना करायला वापरतो आहे. त्यांना निसर्गानं अनेक ठिकाणी लपवलं आहे. आणि आजपर्यंत त्याचं हे रहस्य कोणीच शोधून काढलेलं नाही.”

आल्फ्रेडोच्या शब्दांमुळे माझं मन आनंदानं भरुन गेलं. आयुष्यभर लोकांनी मला मूर्ख म्हणून चिडवलं होतं कारण मी संख्यांची दिवास्वप्नं पहात होतो. पण ते चुकीचं कसं असू शकेल? निसर्गाचंही संख्यांवर प्रेम होतं.

आल्फ्रेडोलाही अत्यानंद झाला होता. “चिमुकल्या रोपापासून देखण्या पाईनकोनपर्यंत आणि मोठ्या फुलापासून भिजलेल्या लाटेपर्यंत आणि दूरवरच्या आकाशगंगांपर्यंत.. सगळीकडे तुझ्या संख्यांची वस्ती आहे, लिओनार्डो.”

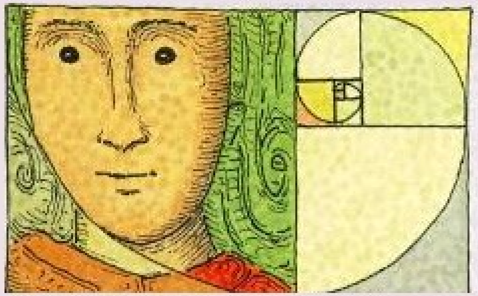




मी आता वृध्द झालो आहे, पण मी संख्यांमध्ये अजूनही रमतो. या सगळ्या वर्षांमध्ये, मी आल्फ्रेडोला त्या रात्री सांगितलेलं गुपित आजवर दुस-या कोणालाच सांगितलं नाही.

पण आता मी ते तुम्हाला सांगतो.

या पुस्तकावर परत एकदा नजर टाका आणि तुम्हाला वास्तव आयुष्यातल्या संख्या अशाच असतात असं लक्षात येईल. आता अखेरीस मला मूर्ख म्हणल्यानं मला काहीही फरक पडत नाही..!





पिसामधला लिओनार्डो

(११७०?-१२४०)

लिओनार्डो फिबोनाचीच्या आयुष्याबद्दल खूपच कमी माहिती उपलब्ध आहे. ही कथा आम्हाला माहिती असलेल्या काही गोष्टींवर आधारित आहे – आणि काही ठिकाणी कल्पनाविस्तार केला आहे. त्याचं टोपणनाव, बिगोलो, याचं भाषांतर भटक्या किंवा प्रवासी असं करता येईल. त्याचा अर्थ, स्वप्नं पहाणारा, आळशी माणूस असाही होतो. वेगळ्या शब्दांत सांगायचं झालं तर, एक मूर्ख.

आज, लिओनार्डो हा मध्ययुगातला एक महान पाश्चिमात्य गणितज्ञ मानला जातो. त्याचा एक पुतळा इटलीतल्या पिसामध्ये उभा आहे, तो प्रसिध्द झुलत्या मनो-यापेक्षा फार दूर नाही. आणि ज्या हिंदू-अरेबिक संख्यांची जगाला ओळख व्हावी म्हणून तो झटला त्याच आपण आज वापरतो.

त्याच्या सगळ्या कार्यापैकी, लिओनार्डो त्याच्या सशांच्या नमुन्यातल्या संख्यांच्या नमुन्याबद्दल सर्वात जास्त प्रसिध्द आहे, आज ज्याला आपण फिबोनाची सिक्वेन्स म्हणतो. फिबोनाची म्हणजे बोनाचिओचा मुलगा. शास्त्रज्ञ आणि गणितज्ञ यांना तो सिक्वेन्स वैशिष्ट्यपूर्ण आहे हे आता माहिती आहे : फुलांसारख्या जीवित गोष्टी ठरावीक क्रमानं, मांडणीपूर्ण रीतीनं कशा उगवतात त्याची ही ब्लूप्रिंट आहे. माणसांच्या कल्पनाशक्तीतून निर्माण झालेल्या गोष्टींमध्येही ते आकडे समोर येतातच – इमारती, संगीत, कलाप्रकार आणि कविता.

आणि तरीही इतिहासकार म्हणतात, लिओनार्डोला या संख्यांचं महत्व कधी जाणवलंच नाही.
का जाणवलं होतं?